FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO

A. Rodríguez Carassus

La presente recopilación de artículos publicados en **ResearchGate**, desarrolla la **teoría FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO**, la cual propone la idea de reinterpretar nuestro universo tridimensional como un frente de onda hiperesférico que se expande en una cuarta dimensión lineal a la velocidad de la luz.
Se adjuntan:

-FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO (2022).

-FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO II: "Consideraciones adicionales relativas a la masa" (2022).

-FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO III: "Producto Vectorial en el Hiperespacio" (2024).

- FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO IV: "Hiperespacio Complejo C^7" (2025).

FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO

Essay written for the Gravity Research Foundation 2022 Awards for Essays on Gravitation

A. Rodríguez Carassus

Civil Engineer. Graduate of Universidad de la República, Facultad de Ingeniería. Montevideo, Uruguay.
Av. Del Libertador 1881 Ap. 501 CP 11800. Montevideo, Uruguay.
E-mail : alrocar@adinet.com.uy

ABSTRACT:

Se brindarán tres argumentos compatibles con la reinterpretación de nuestro universo tridimensional, como un frente de onda hiperesférico, que se expande en una cuarta dimensión lineal a la velocidad de la luz.
La viabilidad de la misma, abriría la posible reinterpretación de la gravedad y las demás fuerzas fundamentales, en un nuevo marco teórico.

30 de enero de 2022

INTRODUCCIÓN:

Explicación preliminar de la hipótesis planteada:

Al interpretar nuestro universo tridimensional como un frente de onda hiperesférico, estamos considerando una superficie esférica de tres dimensiones, que se expande en un espacio cartesiano cuatridimensional, o sea, uno que admite como máximo cuatro vectores linealmente independientes pertenecientes al mismo.
Se plantea además que ese frente de onda se expande a la velocidad de la luz, por lo tanto, el radio de ese frente de onda hiperesférico crece a la velocidad de la luz.

Redefinición del tiempo:

El desarrollo de los argumentos que justifican la hipótesis planteada, requiere de la redefinición que utilizaremos en el presente trabajo, de una variable fundamental: el tiempo.
Utilizaremos un "reloj de luz" en el cual mediremos la distancia recorrida por la luz, como medida de evaluación temporal para un evento en un referencial dado. El mismo es un recurso conocido, utilizado en especial en el estudio de problemas vinculados a la Relatividad.
Nuestra visión de aquí en más será sutilmente diferente, definiremos el tiempo asociado a un evento en un referencial dado, como la distancia recorrida por la luz simultáneamente a ese evento en dicho referencial.
No presuponemos la existencia de un concepto de tiempo, si no que ahora el tiempo es una distancia recorrida por luz, y por lo tanto tiene dimensión de longitud.
Designaremos las distancias con la variable x y los tiempos con la variable λ.
Ambas magnitudes tienen dimensiones de longitud

$$[x] = L \quad (1)$$

$$[\lambda] = L \quad (2)$$

Si consideramos desplazamientos diferenciales dx y dλ tendremos una situación como la considerada en la Figura 1.
El punto P en el instante inicial se encuentra en el origen de coordenadas y al cabo de un lapso de tiempo se halla a una cierta distancia dx de O, en la dirección marcada por el versor **i**.
En el instante inicial se comienza a medir el tiempo mediante un reloj de luz que dará como lectura dλ, que es el radio de una onda esférica centrada en O sincronizada con la llegada de P al punto final del movimiento, o sea luego de recorrer dx.

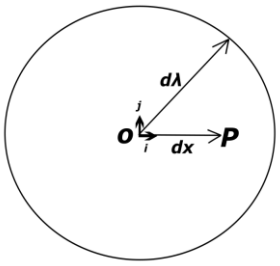

Figura 1

Le colocaremos un superíndice (*) a las magnitudes o variables **m**, calculadas tomando la definición de tiempo considerada, y se transformarán en **m***.
La velocidad u* de P queda definida por el cociente:

$$u^* = \frac{dx}{d\lambda} \tag{3}$$

Por lo tanto u* es una magnitud adimensional

$$[u^*] = 1 \tag{4}$$

Rige el postulado relativista de constancia de la velocidad de la luz para todo sistema inercial, pero su valor cuando se define el tiempo como la distancia recorrida por la luz no es la constante c, cuyo valor aproximado es c =3 x10^8 m/s, si no c*=1.
Observemos que desde el punto de vista operacional, para transformar cualquier magnitud definida por una ecuación con nuestra redefinición del tiempo dλ, se sustituye: dt por dλ, c por c*=1, las velocidades pasan de v a v* y las longitudes permanecen iguales.

$$c = \frac{d\lambda}{dt} \tag{5}$$

$$c^* = \frac{d\lambda}{d\lambda} = 1 \tag{6}$$

Para el caso general de las velocidades, siendo la definición convencional

$$u = \frac{dx}{dt} \tag{7}$$

Se tendrá entonces

$$u^* = \frac{dx}{d\lambda} \tag{8}$$

se llega a una equivalencia

$$u^* = \frac{u}{c} \tag{9}$$

Vamos a plantear ahora el experimento tradicional en relatividad mediante el cual se explica la dilatación de tiempos.
Recordamos que en el mismo se consideran dos sistemas S y S' cuyos orígenes O y P coinciden en el instante inicial.
S es solidario a un andén fijo en el cual se desplaza un vagón de ferrocarril con velocidad u al cual es solidario S'.

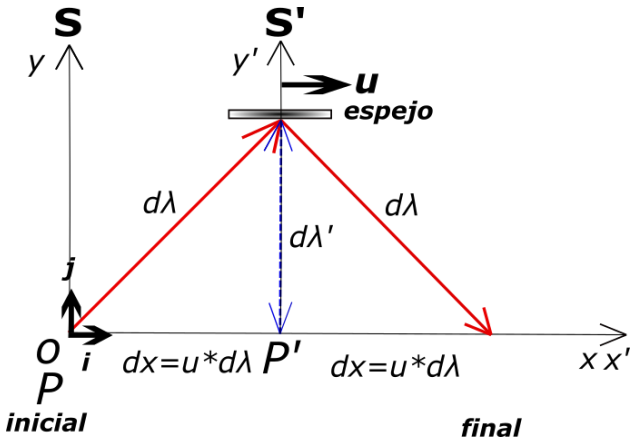

Figura 2

En el instante inicial se lanza un rayo al espejo fijo en S', tal como se indica en la Figura 2.
Hallaremos utilizando el teorema de Pitágoras la relación de dλ con dλ'.

Siendo γ por definición

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \tag{10}$$

Por las Ecuaciones 6 y 9 se tiene que

$$\gamma^* = \frac{1}{\sqrt{1-u^{*2}}} \tag{11}$$

$$\gamma^* = \gamma \tag{12}$$

$$d\lambda^2 = d\lambda'^2 + dx^2 \tag{13}$$

$$dx = u^* d\lambda \tag{14}$$

$$d\lambda = \frac{d\lambda'}{\sqrt{1-u^{*2}}} \tag{15}$$

$$d\lambda = \gamma d\lambda' \tag{16}$$

Se aprecia así la rápida visualización y comprensión de la relación de tiempos, así como su planteamiento totalmente gráfico, práctica que será de gran ayuda al avanzar en el desarrollo del presente trabajo.

De igual manera la relación de las longitudes l en S y l' en S' nos quedará utilizando la redefinición de tiempo λ

$$l = \frac{l'}{\gamma^*} \tag{17}$$

Recordemos ahora las transformadas de Lorentz que nos permiten relacionar los tiempos y las distancias en dos sistemas inerciales S y S' que evalúan un mismo evento, por ejemplo el desplazamiento del punto P, y donde S' se mueve con velocidad u respecto a S.

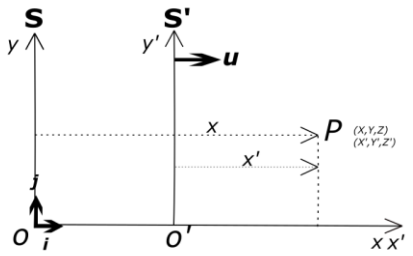

Figura 3

En el caso de expresar las ecuaciones en función de la redefinición del tiempo λ considerada, quedarán:

$$x' = \gamma^*(x - u^*\lambda) \tag{18}$$

$$y' = y \tag{19}$$

$$z' = z \tag{20}$$

$$\lambda' = \gamma^*(\lambda - u^* x) \tag{21}$$

Con estas consideraciones preliminares establecidas, pasaremos a desarrollar los tres argumentos.

1: La hipótesis planteada es compatible con la velocidad de expansión del Universo derivada de la Ley de Hubble.

De acuerdo a nuestra hipótesis, nuestro universo es una Hiperesfera tridimensional que se expande radialmente a la velocidad de la luz.
Los datos derivados de la ley de Hubble, arrojan una edad aproximada del universo de 14.000 millones de años, y un valor aproximado de su velocidad de expansión de 70 km/seg por Mpc (Megaparsec).
En base a nuestra definición del tiempo si la edad del universo es de 14.000 millones de años, el radio de la hiperesfera al que llamamos λ_0 debe cumplir

$$\lambda_0 = 14x10^9 años luz \tag{22}$$

Siendo la velocidad radial de crecimiento la velocidad de la luz c*=1, hallaremos la velocidad tangencial de expansión de un arco de 1Mpc, a la que denominaremos V*e.

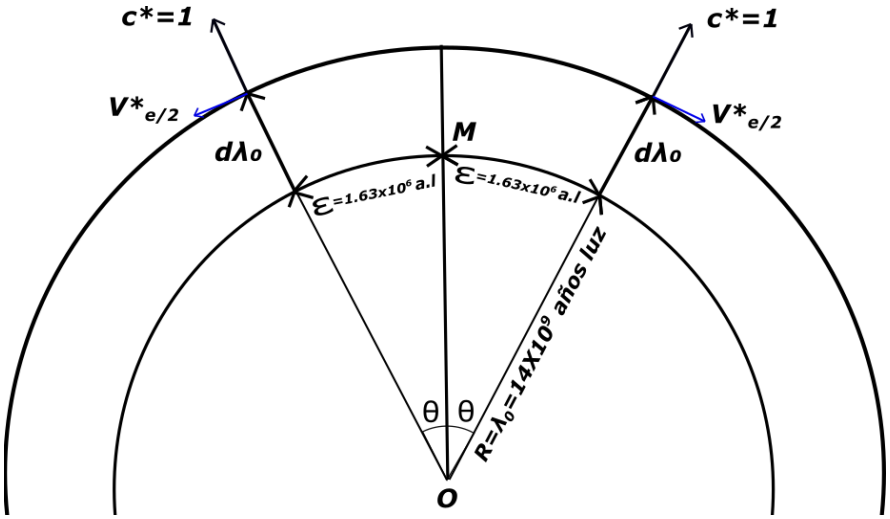

Figura 4

La Figura 4 representa gráficamente el problema considerado, el radio de nuestra hiperesfera al que denominamos R, es equivalente a la expansión total de nuestro universo desde el instante inicial o Big Bang.

Dividimos el arco de 1 Mpc en dos semiarcos iguales que denominaremos ε.

Llamaremos V*e/2 a la mitad de V*e, y se medirá respecto al punto M ubicado en la mitad del arco y considerado fijo respecto al desplazamiento tangencial.

$$R = \lambda_0 \tag{23}$$

Ahora consideremos un desplazamiento diferencial de nuestro frente de onda en la cuarta dimensión $d\lambda_0$.
Un Megaparsec tiene por definición una longitud de 3.26 millones de años luz, por lo tanto para nuestra hipótesis, es un arco de la hiperesfera de 3.26 millones de años luz.

Por lo anterior cada semiarco que llamamos ε, tiene una longitud de 1.63 x 10^6 a.l. y subtiende un ángulo que llamaremos θ, (que expresaremos en radianes).
Se tiene entonces que:

$$\theta = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{1.63\times10^6}{14\times10^9} \tag{24}$$

$$\theta = = 1.1643 \times 10^{-4} \quad (25)$$

$$V^*_{e/2} = \frac{(R + d\lambda_0)\theta - R\theta}{d\lambda_0} \quad (26)$$

$$V^*_{e/2} = \theta \quad (27)$$

$$V^*_e = 2V^*_{e/2} = 2\theta \quad (28)$$

$$V^*_e = 2\theta = 2 \times 1.1643 \times 10^{-4} \quad (29)$$

$$V^*e = 2.3286 \times 10^{-4} \quad (30)$$

Se tiene entonces que si expresamos Ve en kilómetros por segundo:

$$V_e = 2.3286 \times 10^{-4} c = 2.3286 \times 10^{-4} \times 3 \times 10^5 \, Km/seg \quad (31)$$

$$Ve = 69.86 \, Km/seg \quad (32)$$

Vemos que éste valor concuerda muy ajustadamente con los datos de la sonda WMAP de la NASA de 2006, que arrojaron un valor aproximado de Ve = 70 km/s por Mpc.

2: La hipótesis planteada es compatible geométricamente con las relaciones entre distancias y tiempos derivadas de las Tranformadas de Lorentz.

Consideremos inicialmente el movimiento de un punto P, visto desde la tercera dimensión, tal como aparece descripto en las Figuras 1 y 2.
Reordenando la ecuación 13 nos queda

$$d\lambda'^2 = d\lambda^2 - dx^2 \quad (33)$$

Observemos que la misma expresa el valor del tiempo propio de P, en función de el tiempo y la distancia recorrida respecto a O, que son dλ y dx respectivamente.
Por otra parte las transformadas de Lorentz establecen la validez de la expresión

$$ds^2 = d\lambda^2 - dx^2 \quad (34)$$

De la comparación de (33) y (34) obtenemos la identidad

$$ds = d\lambda' \quad (35)$$

Lo que nos indica que el invariante ds de las transformadas de Lorentz, equivale al tiempo propio del sistema en movimiento.
Observemos la ecuación (34) nuevamente, la misma vale para todo punto P que se aleja de O con velocidad constante. Si dicha velocidad es igual a cero y por lo tanto, dx=0 tendremos que

$$d\lambda_0 = ds \quad (36)$$

Representamos el avance del Frente de Onda en la figura 5.

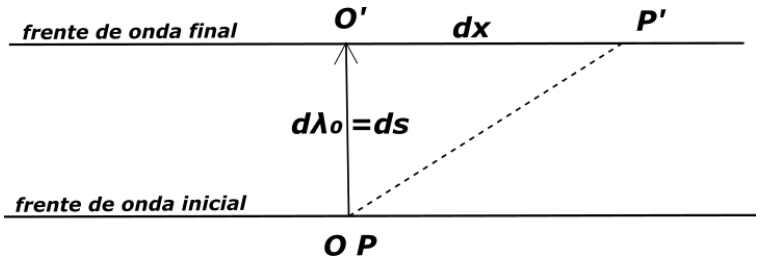

Figura 5

En la misma, dada la enorme magnitud del radio del Frente de Onda, R=14 x 10^9 respecto a dx y $d\lambda_0$, se puede considerar que el mismo es plano a los efectos del análisis correspondiente.
En el instante inicial coinciden O y P en la configuración inicial del Frente de Onda.
En el instante final el Frente de Onda avanzó $d\lambda_0$ en tanto que P recorrió dx, que por ser perpendicular al movimiento del frente, tiene la misma longitud respecto a la cuarta dimensión.
Como consecuencia de lo expresado el segmento OP' es igual a $d\lambda$ (aplicando Pitágoras al triángulo OO'P').
A modo de resumen gráfico de estas conclusiones, en la Figura 6, se ha superpuesto al avance del frente de onda de la Figura 5, un sistema de ejes cartesianos centrados en P, con el tiempo propio de P en ordenadas y la distancia x en abscisas.
La ecuación de la hipérbola H es

$$ds^2 = d\lambda^2 - dx^2 = d\lambda_i{}^2 - dx_i{}^2 \tag{37}$$

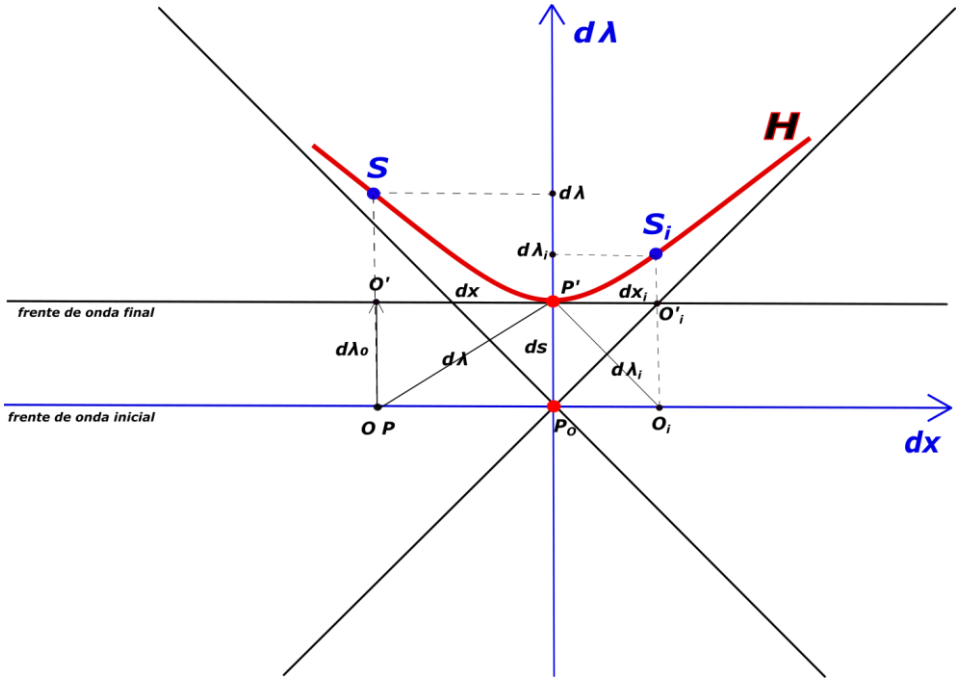

Figura 6

<u>3):</u> La hipótesis planteada es compatible con una reinterpretación de la fuerza electrostática como la fuerza magnética resultante del desplazamiento de cargas eléctricas, a la velocidad de la luz en la cuarta dimensión.

A los efectos de desarrollar este argumento, repasaremos previamente la fuerza magnética F, que actúa entre dos cargas eléctricas q de signos iguales que se mueven a velocidades v iguales y paralelas, tal como se muestra en la figura 7.
B es el campo magnético en la carga de la derecha, creado por la carga izquierda.

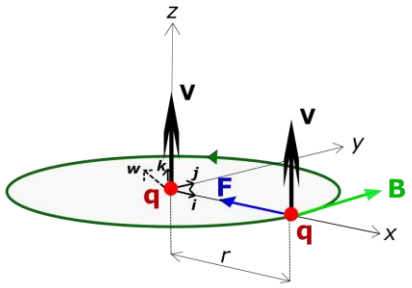

Figura 7

Siendo la fuerza F la resultante del producto vectorial de qv y B, se obtiene una fuerza magnética de atracción entre las cargas con dirección x :

$$\vec{F} = -\frac{\mu_0 q^2 v^2}{4\pi r^2}\vec{i} \qquad (38)$$

Los vectores B, v y F forman una terna ortonormal en el espacio tridimensional.
El versor **w** que figura punteado representa un cuarto eje ortonormal a la terna **ijk.**
Intentaremos estudiar por analogía, como la situación representada en la Figura 7 se debería transformar si la observamos desde la cuarta dimensión.
En primer lugar las velocidades de desplazamiento de las cargas son paralelas y de igual sentido y magnitud c, por tratarse de un avance del frente de onda y por la igualdad del signo de las cargas.
Observamos en la Figura 7 que el campo magnético B generado por el movimiento de la carga, es tangente a una circunferencia de radio r, y la fuerza magnética de atracción F está en la dirección de la recta que une las cargas.
¿Cómo debería ser entonces la situación equivalente vista desde una dimensión más alta?
En primer lugar entendemos que la circunferencia de radio r se debe transformar en una superficie esférica de radio r centrada en la carga. A su vez el campo B debería, por analogía, estar contenido en el plano tangente a la misma que pasa por la carga q que experimenta la fuerza F.
Podemos hacer coincidir el eje Y con la dirección de B. Por otra parte F debe ser ortonormal a B y c, y deberá estar además por razones empíricas, en la dirección de la recta que une las cargas, o sea el eje X.

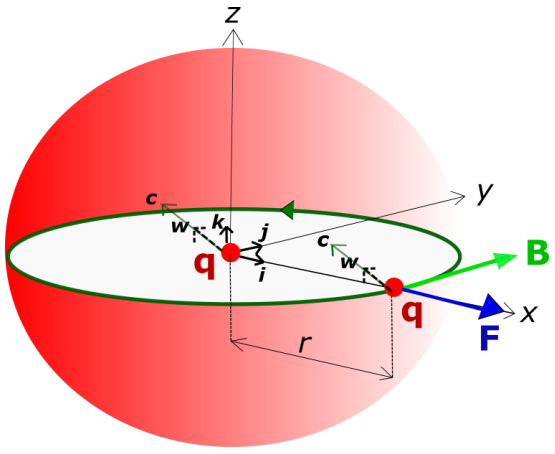

Figura 8

Falta determinar el sentido.

Se nos presenta la dificultad de que no está definido el producto vectorial de 2 vectores (entre la velocidad v, en este caso c y B), para cuatro dimensiones, pues ahora la base a considerar debería ser **ijkw** para lo cual se deberían expresar los vectores con cuatro coordenadas.
Para solventar dicha imposibilidad recurriremos a una propiedad de los números imaginarios.
Recordamos que un número imaginario es de la forma λi donde λ es un número real e i es la unidad imaginaria $i = \sqrt{-1}$.
La dirección de un vector de módulo imaginario se considera ortonormal a los ejes reales, o sea X,Y,Z.
Por lo tanto si en la fórmula (38) hacemos $v = ci$, nos queda:

$$\vec{F} = -\frac{\mu_0 q^2 (ci)^2}{4\pi r^2}\vec{i} \tag{39}$$

Obtenemos

$$\vec{F} = \frac{\mu_0 q^2 c^2}{4\pi r^2}\vec{i} \tag{40}$$

Que es la expresión de la fuerza electrostática de repulsión entre cargas del mismo signo.

Vamos a plantear un punto de vista diferente para analizar el mismo problema.
El principal problema como se mencionó previamente, es que el producto vectorial está definido para dos vectores qv y B en el espacio tridimensional, e implica la resolución del siguiente determinante:

$$q\vec{v} = (qv_1, qv_2, qv_3) \tag{41}$$

$$\vec{B} = (B_1, B_2, B_3) \tag{42}$$

$$q\vec{v} \times \vec{B} = \begin{bmatrix} i & j & k \\ qv_1 & qv_2 & qv_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{bmatrix} \tag{43}$$

En caso de plantear el producto vectorial de dos vectores v y B de cuatro dimensiones, se presentaría la resolución de un determinante imposible:

$$q\vec{v} \times \vec{B} = \begin{bmatrix} i & j & k & w \\ qv_1 & qv_2 & qv_3 & qv_4 \\ B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \end{bmatrix} \tag{44}$$

Plantearemos una posibilidad alternativa, la de resolver los sub-determinantes 3x3 que se logran eliminando una columna.
Sustituyendo los vectores qv y B por sus componentes, con el valor de la velocidad de la luz $v = ci$ nos queda

$$q\vec{v} \times \vec{B}(i, j, k, w) = \begin{bmatrix} i & j & k & w \\ 0 & 0 & 0 & qci \\ 0 & \frac{\mu_0 qci}{4\pi r^2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{45}$$

Siendo los sub-determinantes a resolver:

$$q\vec{v}\times\vec{B}(j,k,w)=\begin{bmatrix} j & k & w \\ 0 & 0 & qci \\ \frac{\mu_0 qci}{4\pi r^2} & 0 & 0 \end{bmatrix}=\frac{\mu_0 q^2c^2}{4\pi r^2}\vec{k} \tag{46}$$

$$q\vec{v}\times\vec{B}(i,k,w)=\begin{bmatrix} i & k & w \\ 0 & 0 & qci \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}=0 \tag{47}$$

$$q\vec{v}\times\vec{B}(i,j,w)=\begin{bmatrix} i & j & w \\ 0 & 0 & qci \\ 0 & \frac{\mu_0 qci}{4\pi r^2} & 0 \end{bmatrix}=\frac{\mu_0 q^2c^2}{4\pi r^2}\vec{i} \tag{48}$$

$$q\vec{v}\times\vec{B}(i,j,k)=\begin{bmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\mu_0 qci}{4\pi r^2} & 0 \end{bmatrix}=0 \tag{49}$$

Vemos dos resultados no nulos e iguales, la (46) y la (48), lo cual es lógico pues el producto vectorial de dos vectores debe ser ortonormal a los factores, y **i** y **k** cumplen esa condición frente a **j** y **w**.
Lógicamente descartamos el resultado según **k** porque por razones experimentales sabemos que la fuerza es según **i**.
Y confirmamos por este procedimiento propuesto, el resultado de la fuerza expresado por la ecuación (38).

—°—

Referencias:

[1] Bohm, David (1980) La totalidad y el orden implicado. Editorial Kairós , S.A.
[2] Einstein,A. (1922) El significado de la relatividad. Princeton University Press.
[3] Capra, Fritjof (1975) El Tao de la física. Editorial Sirio, S.A.
[4] Carroll,S. (2009) Desde la eternidad hasta hoy. Penguin Random House.
[5] Kaku, Michio (1984) Hiperespacio. Oxford University Press.
[6] Laszlo, Ervin (2007) El universo in-formado. Nowtilus S.L.
[7] Magueijo, João (2006) Más rápido que la velocidad de la luz. Perseus Publishing.
[8] Ouspensky, P.D (1920) Tertium Organum. Manas Press
[9] Penrose, Roger (2010) Ciclos del tiempo. Random House Mondadori, S.A.
[10] Penrose, Roger (2004) El camino a la realidad. Random House Mondadori, S.A.
[11] Prigogine, Ilya (1988) El nacimiento del tiempo. Edizioni Theoria s.r.l.
[12] Sazánov, A.A (2008) El universo tetradimensional de Minkowski. Editorial URSS.
[13] Wolf, F.A (2006) La mente en la materia. Moment Point Press.
[14] Yaglom, I.M. (2009) Números complejos y sus aplicaciones a la geometría. Ed. URSS.

FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO II
Consideraciones adicionales relativas a la masa

A. Rodríguez Carassus

Ingeniero Civil. Graduado de la Universidad de la República, Facultad de Ingeniería. Montevideo, Uruguay.
Av. Del Libertador 1881 Ap. 501 CP 11800. Montevideo, Uruguay.
E-mail : alrocar@adinet.com.uy

RESUMEN:

En el ensayo original se brindaron tres argumentos compatibles con la reinterpretación de nuestro universo tridimensional, como un frente de onda hiperesférico que se expande en una cuarta dimensión lineal a la velocidad de la luz.
En el presente trabajo se consideran las implicaciones del mismo en lo atinente a la masa de los cuerpos.

19 de Noviembre de 2022

1. Cantidad de movimiento:

Nos plantearemos, utilizando las hipótesis desarrolladas en el trabajo precedente titulado "FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO", deducir la expresión de la cantidad de movimiento para un mismo cuerpo respecto a dos sistemas inerciales que llamaremos S y S_o.
El sistema S_o es solidario con el cuerpo considerado y se mueve con velocidad **v** respecto a S en la dirección del versor x**.**

El cuerpo de referencia tiene una masa que llamaremos m respecto a S y m_o respecto a S_o, que es el sistema propio del cuerpo como se dijo.

En la Fig.1 se representan simultáneamente las perspectivas, desde la cuarta dimensión, de ambos puntos de vista.

Para el sistema S, la masa m asociada al punto P se encuentra inicialmente en O y llega finalmente a P'.
Desde el punto de vista de S_o la posición inicial de la masa m_o coincide con P_o y la final con P'.

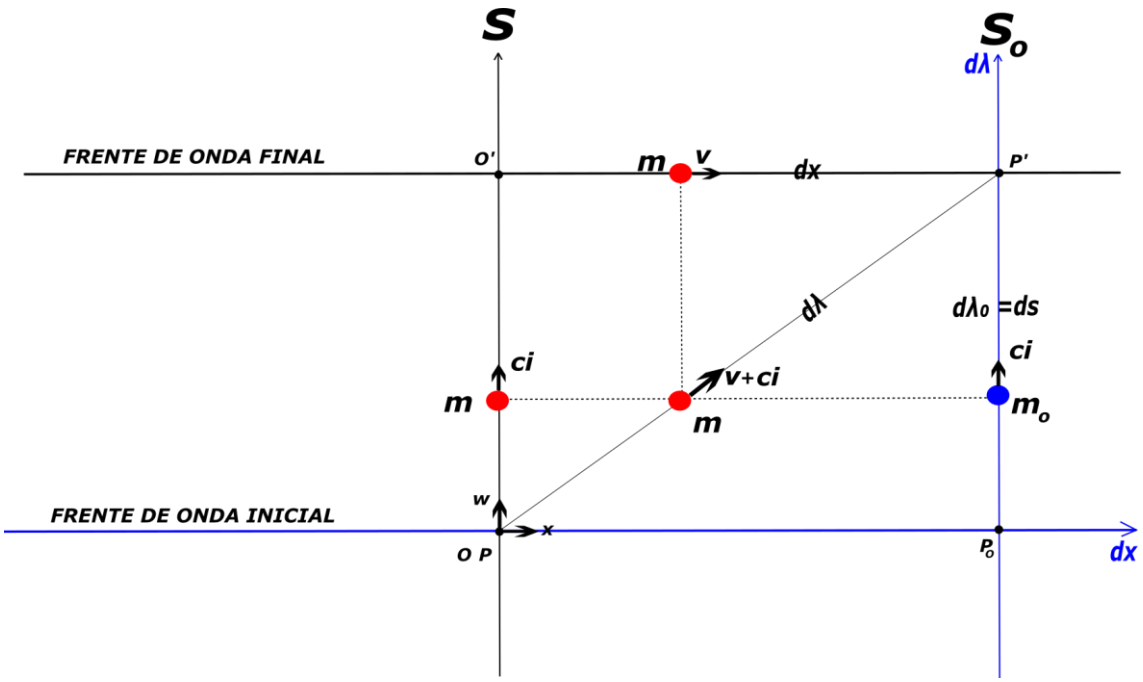

Figura 1

Desde el punto de vista del sistema S el punto de masa m recorrió dx según el versor x y $d\lambda_0$=ds según el versor w.

La cantidad de movimiento según S, que llamaremos **M**, es por lo tanto:

$$M = m v\vec{x} + m c i\vec{w} \quad (1)$$

Donde $i = \sqrt{-1}$ es la unidad imaginaria y c la velocidad de la luz.

En tanto que la cantidad de movimiento según S_o, que llamaremos $\mathbf{M_o}$, es:

$$M_o = m_o c i\vec{w} \quad (2)$$

2. Relación entre las masas m y m_o:

Para deducir la relación entre m y m_o, retomaremos el punto de vista planteado en el trabajo precedente. En el mismo se introdujo una geometría, que responde operativamente a la evolución física de un frente de onda tridimensional, cuyo radio crece a la velocidad de la luz en un espacio cartesiano cuatridimensional.

Se atribuyó el origen de la fuerza electrostática entre dos cargas, a la atracción electromagnética entre las mismas, viajando ambas a la velocidad de la luz en trayectorias paralelas en la cuarta dimensión.

Para los cálculos correspondientes, se recuerda que se sustituyó el valor de la velocidad de las cargas por ci, siendo c la velocidad de la luz en el vacío e i la unidad imaginaria. Asimismo se sugirió alternativamente un procedimiento para calcular el producto vectorial de dos vectores cuatridimensionales, para expresar la deducción de dicha fórmula.

Siguiendo esa línea de pensamiento, calcularemos el módulo de los vectores cantidad de movimiento **M** y $\mathbf{M_o}$, teniendo en cuenta que no los trataremos como números complejos sino que definiremos sus módulos de la siguiente forma:

$$|M| = \sqrt{(m v)^2 + (m c i)^2} \quad (3)$$

En tanto que:

$$|Mo| = \sqrt{(m_o c i)^2} \quad (4)$$

A diferencia del cálculo del módulo de números complejos, la unidad imaginaria multiplica a la componente según el versor w.

Por lo tanto, si en éstas condiciones utilizamos el postulado relativista de que las leyes de la física permanecen invariantes en sistemas de referencia inerciales, podemos afirmar que el módulo de la cantidad de movimiento es igual respecto a los sistemas S y S_o.

O sea que:

$$|M| = \sqrt{(m v)^2 + (m c i)^2} = |M_o| = \sqrt{(m_o c i)^2} \quad (5)$$

$$|M|^2 = \left(\sqrt{(mv)^2 + (mci)^2} \right)^2 = |M_o|^2 = \left(\sqrt{(m_o ci)^2} \right)^2 \tag{6}$$

$$(mv)^2 + (mci)^2 = (m_o ci)^2 \tag{7}$$

$$m^2 v^2 - m^2 c^2 = -m_o{}^2 c^2 \tag{8}$$

$$m^2 \left(v^2 - c^2 \right) = -m_o{}^2 c^2 \tag{9}$$

$$m^2 \left(c^2 - v^2 \right) = m_o{}^2 c^2 \tag{10}$$

$$m^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = m_o{}^2 \tag{11}$$

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{12}$$

Que es la bien conocida relación establecida por la Relatividad Especial.

—°—

Referencias:

[1] Rodríguez Carassus, Alberto (2022) . Frente de Onda Hiperesférico, ResearchGate.
[2] Einstein,A. (1922) El significado de la relatividad. Princeton University Press.
[3] Capra, Fritjof (1975) El Tao de la física. Editorial Sirio, S.A.
[4] Carroll,S. (2009) Desde la eternidad hasta hoy. Penguin Random House.
[5] Kaku, Michio (1984) Hiperespacio. Oxford University Press.
[6] Laszlo, Ervin (2007) El universo in-formado. Nowtilus S.L.
[7] Magueijo, João (2006) Más rápido que la velocidad de la luz. Perseus Publishing.
[8] Ouspensky, P.D (1920) Tertium Organum. Manas Press
[9] Penrose, Roger (2010) Ciclos del tiempo. Random House Mondadori, S.A.
[10] Penrose, Roger (2004) El camino a la realidad. Random House Mondadori, S.A.
[11] Prigogine, Ilya (1988) El nacimiento del tiempo. Edizioni Theoria s.r.l.
[12] Sazánov, A.A (2008) El universo tetradimensional de Minkowski. Editorial URSS.
[13] Wolf, F.A (2006) La mente en la materia. Moment Point Press.
[14] Yaglom, I.M. (2009) Números complejos y sus aplicaciones a la geometría. Ed. URSS.

FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO III
Producto Vectorial en el Hiperespacio

A. Rodríguez Carassus

Ingeniero Civil. Graduado de la Universidad de la República, Facultad de Ingeniería. Montevideo, Uruguay.
Av. Del Libertador 1881 Ap. 501 CP 11800. Montevideo, Uruguay.
E-mail : alrocar@adinet.com.uy

RESUMEN:

En el ensayo original de enero de 2022: FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO, se brindaron tres argumentos compatibles con la reinterpretación de nuestro universo tridimensional, como un frente de onda hiperesférico, que se expande en una cuarta dimensión lineal, a la velocidad de la luz.

En el siguiente trabajo de noviembre de 2022: FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO II, se consideraron las implicaciones del mismo, en lo atinente a la masa de los cuerpos.

En la presente exposición: FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO III, se pretende desarrollar un procedimiento matemáticamente válido, para calcular el producto vectorial en la cuarta dimensión, y así justificar formalmente el argumento 3 del ensayo original

30 de Setiembre de 2024

1. Naturaleza del Hiperespacio:

Al igual que en los trabajos precedentes citados, estamos considerando un modelo de hiperespacio cartesiano de cuatro dimensiones.

La ubicación de sus puntos P queda determinada eligiendo un punto O, origen del sistema de ejes de coordenadas Xo, Yo, Zo y Wo, los cuales están asociados respectivamente, a una base de cuatro vectores ortonormales, que denominaremos **io jo ko wo**.

Proveniente del Álgebra Lineal, sabemos que el campo de los números reales, permite representar las coordenadas de todos los conjuntos de tres vectores linealmente independientes, pertenecientes al espacio tridimensional ordinario.

En este caso, como el hiperespacio posee cuatro dimensiones, para poder representar las coordenadas de todos los conjuntos de cuatro vectores linealmente independientes pertenecientes al mismo, se hace necesario introducir el campo de los números complejos.

En el modelo propuesto, las coordenadas de cualquier punto P se expresan con tres números reales x_o, y_o, z_o según los versores **io jo ko** respectivamente, y un número imaginario puro $w_o i$ donde w_o pertenece al campo de los números reales e i es la unidad imaginaria, $i = \sqrt{-1}$.

Las coordenadas de los puntos P del hiperespacio, se pueden expresar entonces de la forma:

Ecuación 1

$$P(x_o,y_o,z_o,w_o i) = x_o\vec{\mathbf{i}}_o + y_o\vec{\mathbf{j}}_o + z_o\vec{\mathbf{k}}_o + w_o i\vec{\mathbf{w}}_o$$

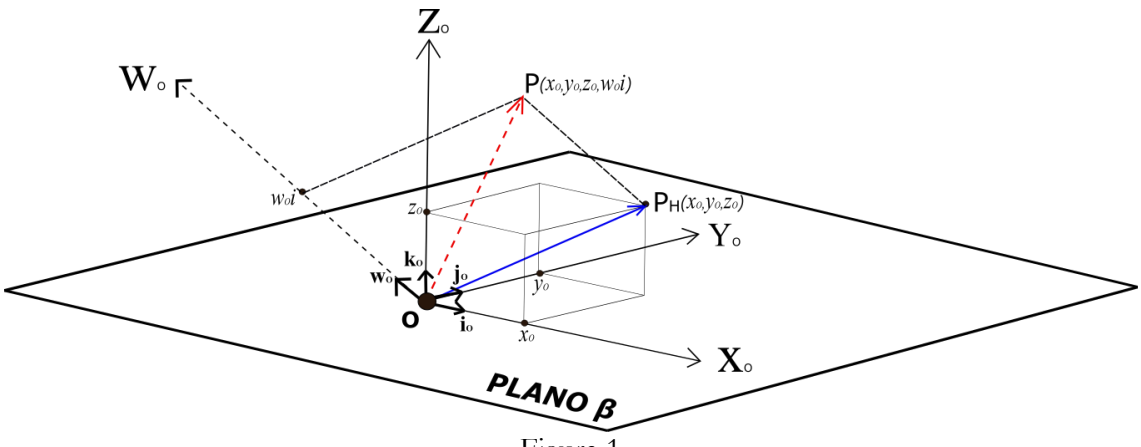

Figura 1

En la Figura 1 se representa un punto P perteneciente a la cuarta dimensión. La terna de ejes Xo, Yo, Zo y sus coordenadas asociadas x_o, y_o, z_o, representan el espacio tridimensional ordinario, al que denominaremos de aquí en adelante indistintamente hiperplano, en tanto que la coordenada $w_o i$, sobre el eje Wo, representa la coordenada de P en la cuarta dimensión espacial.

Denominamos β al plano que contiene a los ejes Xo e Yo.

La representación en la Figura 1 del eje Wo, inclinado con línea punteada, responde a las limitaciones de incorporar la cuarta dimensión a una perspectiva tradicional, creada para la tercera dimensión. La misma es ampliamente utilizada en otros trabajos referidos a la cuarta dimensión.

En la Figura 2, el punto P_H es la proyección del punto P en el hiperplano formado por la tercera dimensión.

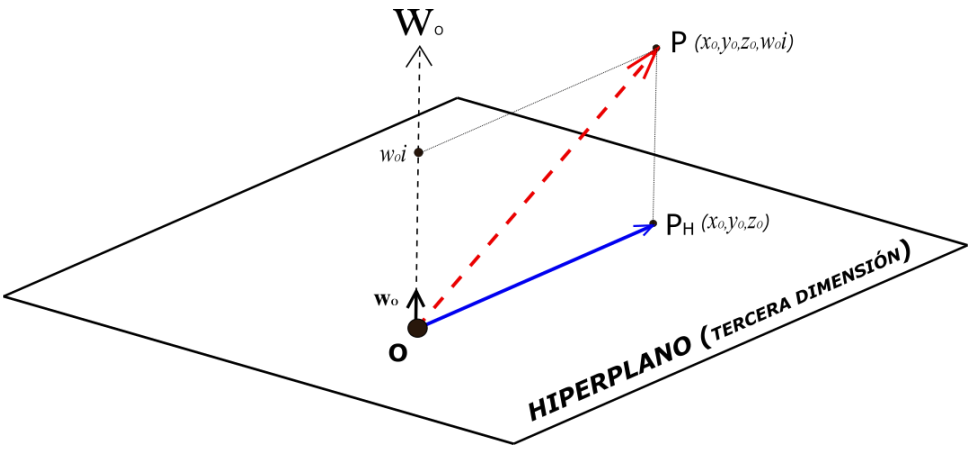

Figura 2

En la misma, las tres dimensiones del espacio ordinario "se aplastan", para que puedan ser representadas por el Hiperplano en una perspectiva tradicional.
En ambas figuras se han representado el vector $\overrightarrow{OP}$ en rojo y el vector $\overrightarrow{OP_H}$ en azul.

2. Producto vectorial en el Hiperespacio:

2.1 Planteamiento del problema.

Pasemos ahora a considerar dos vectores **u** y **v** en el hiperespacio, siendo sus coordenadas en **io jo ko wo**:

Ecuación 2

$$\mathbf{u} = u_{01}\vec{\mathbf{i}}_0 + u_{02}\vec{\mathbf{j}}_0 + u_{03}\vec{\mathbf{k}}_0 + u_{04}\vec{\mathbf{w}}_0 = (u_{01},u_{02},u_{03},u_{04})$$

Ecuación 3

$$\mathbf{v} = v_{01}\vec{\mathbf{i}}_0 + v_{02}\vec{\mathbf{j}}_0 + v_{03}\vec{\mathbf{k}}_0 + v_{04}\vec{\mathbf{w}}_0 = (v_{01},v_{02},v_{03},v_{04})$$

Recordamos que las componentes u_{04} y v_{04} son números imaginarios puros:

Ecuación 4

$$u_{04} = ui$$

Ecuación 5

$$v_{04} = vi$$

Siendo u y v números reales e

Ecuación 6

$$i = \sqrt{-1}$$

El producto vectorial es invariante frente a cambios de coordenadas, por lo cual vamos a elegir un sistema de coordenadas, referidas a una base **i j k w** de origen también el punto O, que nos simplifique los cálculos, y en la cual los vectores **u** y **v** quedarán expresados:

Ecuación 7

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3, u_4)$$

Ecuación 8

$$\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3, v_4)$$

En la Figura 3, se indican los vectores **u** y **v** y también los vectores $\mathbf{u_H}$ y $\mathbf{v_H}$, que son las proyecciones de los vectores **u** y **v** en la tercera dimensión o hiperplano.

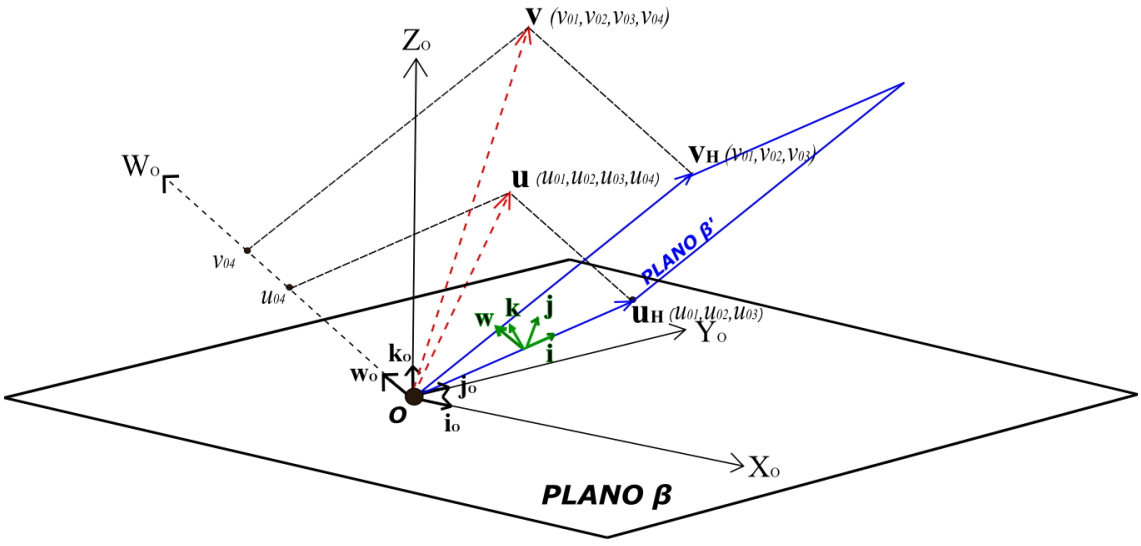

Figura 3

Elegiremos una transformación que deja el versor **w** invariante, o sea **w** ≡ **wo**, en tanto que la terna **i j k** se elige de forma tal que, el plano definido por los vectores $\mathbf{u_H}$ y $\mathbf{v_H}$, que llamaremos β', coincidida con el plano definido por los ejes X e Y.
Se elige además el vector **i** alineado con el vector $\mathbf{u_H}$, tal como se grafica en la Figura 3.

Como se indicó el origen de la base **i j k w** es el punto O, pero para facilitar la interpretación gráfica en la Figura 3 se muestra desplazado del origen.

En virtud de los cambios de ejes propuestos, tendremos que:

Ecuación 9

$$u_1 = |\mathbf{u}_H|$$

Ecuación 10

$$u_2 = 0$$

Ecuación 11

$$u_3 = 0$$

En tanto que:

Ecuación 12

$$v_3 = 0$$

Por lo tanto expresando ambos vectores en función de sus coordenadas en la base **i j k w**, nos queda:

Ecuación 13

$$\mathbf{u} = (u_1, 0, 0, u_4)$$

Ecuación 14

$$\mathbf{v} = (v_1, v_2, 0, v_4)$$

En la Figura 4 se pueden visualizar los vectores **u** y **v** representados en la base **i j k w**.

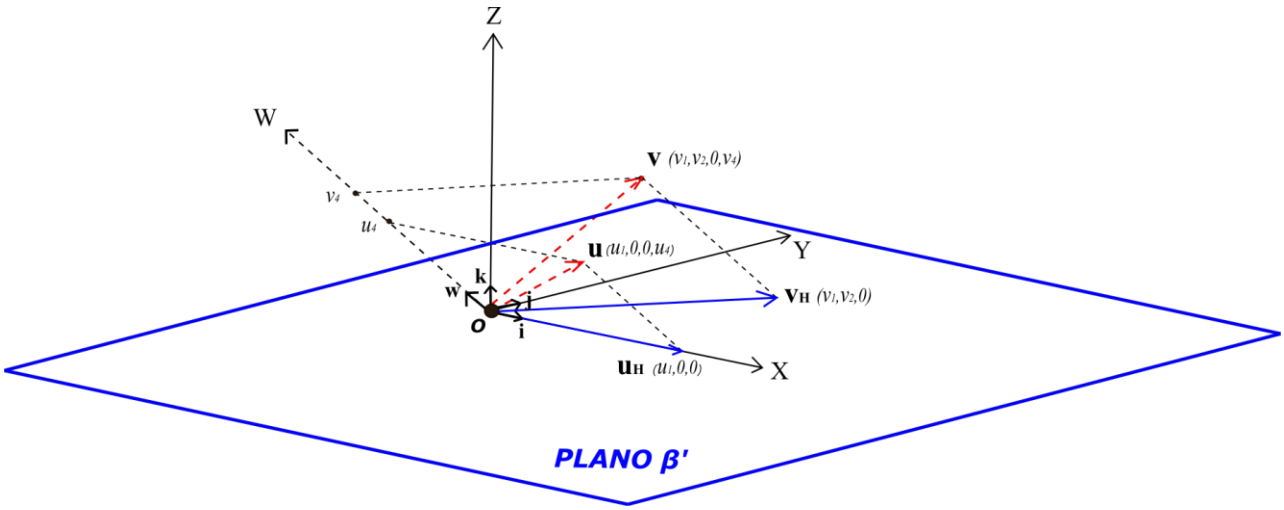

Figura 4

Debemos recordar que nuestro objetivo es encontrar un vector que llamaremos **ω**, que es el resultado de efectuar el producto vectorial de **u** y **v**.

Ecuación 15

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{u} \times \mathbf{v}$$

Expresamos **ω** en función de sus coordenadas:

Ecuación 16

$$\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4)$$

El mismo debe tener como origen el punto O, y debe ser normal al plano que contiene a los vectores **u** y **v**, al que llamaremos **ε**.

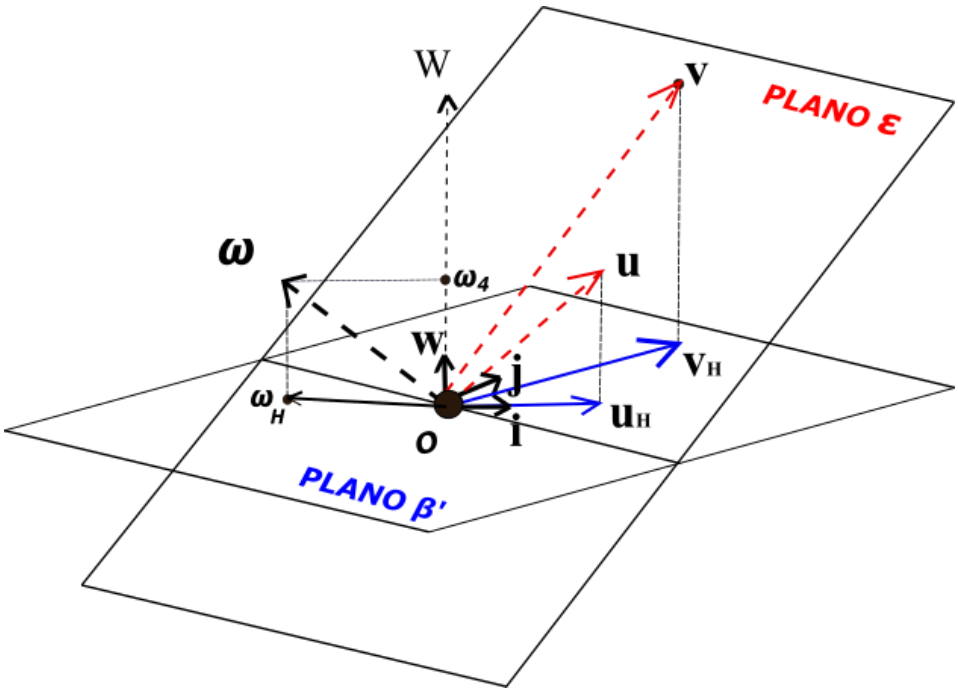

Figura 5

Observemos la Figura 5, en la misma se indican el plano definido por los vectores **uH** y **vH**, que llamamos β΄, y el plano determinado por los vectores **u** y **v**, o sea **ε**.
La intersección de ambos planos pasa por el origen O.

También se indica la coordenada del vector **ω** según **w**, es decir ω4, y la proyección del mismo sobre el plano β΄, o sea $\boldsymbol{\omega}_H$.

Ecuación 17

$$\boldsymbol{\omega}_H = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$$

Pero observemos que en la base **i j k** elegida, las coordenadas según **k** de cualquier punto o vector perteneciente al plano β΄, son iguales a cero.

Por lo tanto llegamos a la importante conclusión de que $\omega_3=0$, o sea que el vector $\boldsymbol{\omega}_H$ es de la forma:

Ecuación 18

$$\boldsymbol{\omega}_H = (\omega_1, \omega_2, 0)$$

Por lo tanto si expresamos el vector $\boldsymbol{\omega}$ en el sistema $\mathbf{i}\ \mathbf{j}\ \mathbf{k}\ \mathbf{w}$ en forma general, nos quedará:

Ecuación 19

$$\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, 0, \omega_4)$$

2.2 Procedimiento de cálculo propuesto.

Por lo expuesto precedentemente, nuestro problema es hallar el vector $\boldsymbol{\omega}$ (del cual conocemos la componente $\omega_3=0$), que debe ser normal a los vectores $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ y además, por definición de producto vectorial, su módulo debe satisfacer la igualdad $|\omega| = |u||v|sen\theta$, donde θ es el ángulo formado por ambos vectores.

El procedimiento propuesto, es el mismo que el sugerido intuitivamente en el ensayo original de esta trilogía : FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO, parágrafo 3.

Consideramos inicialmente la siguiente igualdad:

Ecuación 20

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} & \mathbf{w} \\ u_1 & 0 & 0 & u_4 \\ v_1 & v_2 & 0 & v_4 \end{bmatrix}$$

Se resuelven los sub-determinantes 3x3 que se logran eliminando una columna y que no involucren al vector de la base $\mathbf{k}$, ya que sabemos que $\omega_3=0$.

Por lo expuesto, el único determinante a resolver es:

Ecuación 21

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{w} \\ u_1 & 0 & u_4 \\ v_1 & v_2 & v_4 \end{bmatrix} = -v_2 u_4 \vec{\mathbf{i}} + (-u_1 v_4 + v_1 u_4)\vec{\mathbf{j}} + u_1 v_2 \vec{\mathbf{w}}$$

Por lo tanto el vector $\boldsymbol{\omega}$ arrojado por el procedimiento propuesto, tiene componentes:

Ecuación 22

$$\boldsymbol{\omega} = (-v_2u_4, - u_1v_4 + v_1u_4, 0, u_1v_2)$$

A modo de facilitar la visualización de los cálculos correspondientes en el procedimiento desarrollado, se introduce la tabla 1:

Tabla 1

	i	**j**	**k**	**w**
u	u_1	0	0	u_4
v	v_1	v_2	0	v_4
$\boldsymbol{\omega}$	$-v_2u_4$	$- u_1v_4 + v_1u_4$	0	u_1v_2

2.3 Validación del procedimiento.

Para que el vector $\boldsymbol{\omega}$ obtenido sea válido, debemos comprobar que se satisfacen dos condiciones, que llamaremos 1 y 2:

1) Normalidad: Si $\boldsymbol{\omega}$ es normal a los vectores **u** y **v**, el producto escalar con cada uno de ellos debe ser nulo:

Ecuación 23

$$\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\omega} = (u_1,0,0,u_4) \cdot (-v_2u_4, - u_1v_4 + v_1u_4, 0, u_1v_2) = -u_1v_2u_4 + u_1v_2u_4 = 0$$

Ecuación 24

$$\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\omega} = (v_1,v_2,0,v_4) \cdot (-v_2u_4, - u_1v_4 + v_1u_4, 0, u_1v_2) = -v_1v_2u_4 - u_1v_2v_4 + v_1v_2u_4 + u_1v_2v_4 = 0$$

Lo que se verifica.

2) Valor del módulo : El módulo de $\boldsymbol{\omega}$ debe satisfacer la igualdad que surge de la definición de producto vectorial:

Ecuación 25

$$|\boldsymbol{\omega}| = |\mathbf{u}||\mathbf{v}| sen\,\theta$$

Calcularemos de forma independiente, ambos miembros de la Ecuación 25.

Por la Ecuación 22, el módulo de $\boldsymbol{\omega}$ es:

Ecuación 26

$$|\boldsymbol{\omega}| = \sqrt{v_2^2u_4^2 + u_1^2v_4^2 - 2u_1v_4v_1u_4 + v_1^2u_4^2 + u_1^2v_2^2}$$

En el miembro derecho de la Ecuación 25, calcularemos sus tres factores.

Siendo $\mathbf{u} = (u_1,0,0,u_4)$, su módulo es:

Ecuación 27

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_4^2}$$

Siendo $\mathbf{v} = (v_1,v_2,0,v_4)$, su módulo es:

Ecuación 28

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_4^2}$$

Para calcular $\operatorname{sen}\theta$, utilizaremos la definición del producto escalar de $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$, el cual debe satisfacer la igualdad:

Ecuación 29

$$\mathbf{u}\cdot\mathbf{v} = |\mathbf{u}||\mathbf{v}|\cos\theta$$

Ecuación 30

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}}{|\mathbf{u}||\mathbf{v}|}$$

Ecuación 31

$$\mathbf{u}\cdot\mathbf{v} = (u_1,0,0,u_4)\cdot(v_1,v_2,0,v_4) = u_1v_1 + u_4v_4$$

Sustituyendo en la Ecuación 30 lo expresado en las Ecuaciones 27, 28 y 31, tenemos que:

Ecuación 32

$$\cos\theta = \frac{u_1v_1 + u_4v_4}{\sqrt{u_1^2 + u_4^2}\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_4^2}}$$

Utilizando la expresión trigonométrica:

Ecuación 33

$$sen^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

Ecuación 34

$$sen\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta}$$

Y sustituyendo la expresión de $\cos\theta$ de la Ecuación 32 en la Ecuación 34:

Ecuación 35

$$sen\theta = \sqrt{1 - \frac{(u_1 v_1 + u_4 v_4)^2}{(u_1^2 + u_4^2)(v_1^2 + v_2^2 + v_4^2)}}$$

Ecuación 36

$$sen\theta = \sqrt{\frac{(u_1^2 + u_4^2)(v_1^2 + v_2^2 + v_4^2) - (u_1 v_1 + u_4 v_4)^2}{(u_1^2 + u_4^2)(v_1^2 + v_2^2 + v_4^2)}}$$

Ecuación 37

$$sen\theta = \sqrt{\frac{u_1^2 v_2^2 + u_1^2 v_4^2 + u_4^2 v_1^2 + u_4^2 v_2^2 - 2u_1 v_1 u_4 v_4}{(u_1^2 + u_4^2)(v_1^2 + v_2^2 + v_4^2)}}$$

Ecuación 38

$$|\mathbf{u}||\mathbf{v}|sen\theta = \sqrt{u_1^2 + u_4^2}\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_4^2}\sqrt{\frac{u_1^2 v_2^2 + u_1^2 v_4^2 + u_4^2 v_1^2 + u_4^2 v_2^2 - 2u_1 v_1 u_4 v_4}{(u_1^2 + u_4^2)(v_1^2 + v_2^2 + v_4^2)}}$$

Simplificando y reordenando términos en la Ecuación 38 nos queda:

Ecuación 39

$$|\mathbf{u}||\mathbf{v}|sen\theta = \sqrt{v_2^2 u_4^2 + u_1^2 v_4^2 - 2u_1 v_4 v_1 u_{4+} v_1^2 u_4^2 + u_1^2 v_2^2}$$

Y comparando las ecuaciones 26 y 39, se llega a la igualdad de ambos miembros de la Ecuación 25, con lo cual se da por cumplida la condición 2.

3. Producto Vectorial aplicado al tercer argumento del ensayo original de enero de 2022 "Frente de Onda Hiperesférico" :

La hipótesis central de dicho trabajo, presentó tres argumentos compatibles con la reinterpretación de nuestro universo material tridimensional, como un frente de onda hiperesférico, que se expande en una cuarta dimensión lineal a la velocidad de la luz.

Por la magnitud de su radio, se puede asimilar a ciertas escalas a un hiperplano, que por definición también es de tres dimensiones.

Se procede así de forma análoga, a cuando trabajando en dos dimensiones, consideramos que una superficie esférica, asimismo bajo condiciones apropiadas, se puede aproximar en las inmediaciones de un punto a un plano.

Es precisamente el tercer argumento, el que planteó interpretar la identidad de la fuerza electrostática entre dos cargas eléctricas en reposo relativo, con la fuerza magnética entre esas mismas cargas, considerando que por pertenecer al frente de onda hiperesférico, ambas cargas viajan a la velocidad de la luz en la dirección de la cuarta dimensión.

En la Figura 6, asumiendo dicha hipótesis, debemos considerar que el hiperplano se mueve en la dirección de **w** a la velocidad de la luz c, asumiremos además que ambas cargas son positivas y de igual valor.

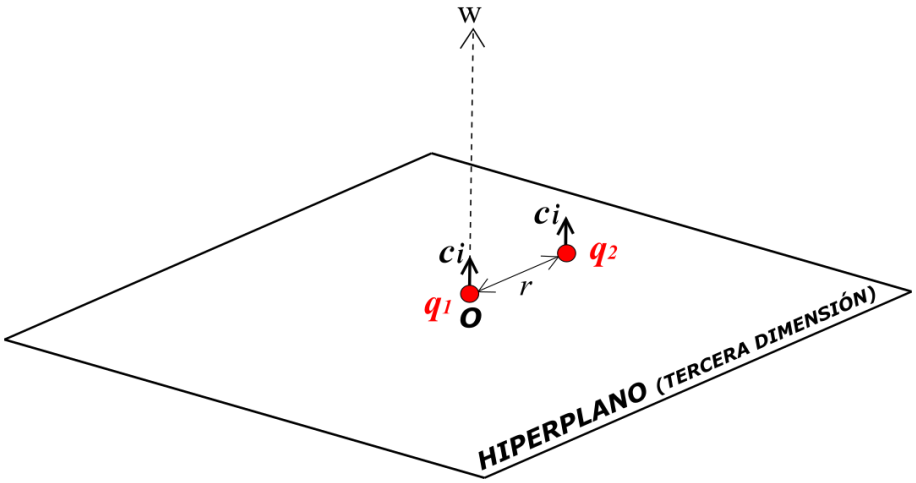

Figura 6

En la Figura 7 vamos a contemplar esas cargas desde la tercera dimensión, referenciadas en el sistema **i j k w** descrito en 2.1, para lo cual tomamos como referencia la Figura 4. Ubicaremos ambas cargas en el Plano β´(definido por los ejes X e Y), con una carga en el origen O y la otra en el eje X a una distancia *r*.

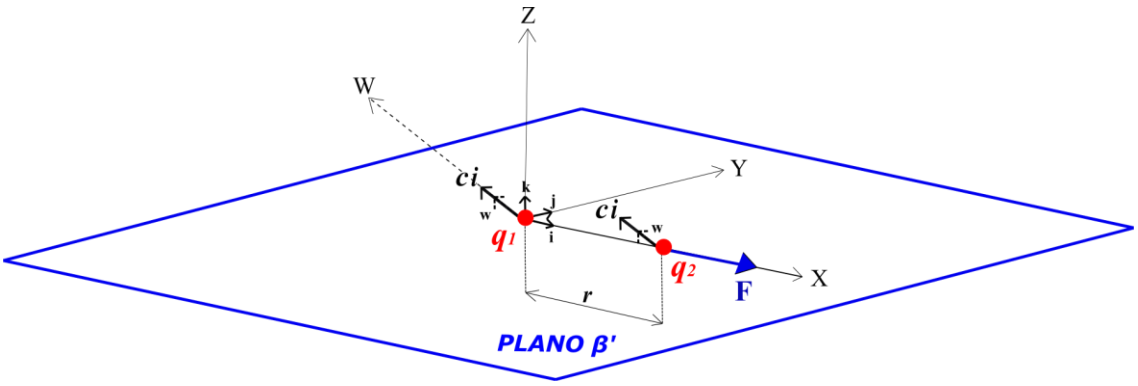

Figura 7

Si aplicamos la ley de Biot-Savart para hallar la fuerza magnética **F** que la carga q_1 ejerce sobre q_2, tenemos que:

Ecuación 40

$$\mathbf{F} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{q_1 q_2 \mathbf{V}_2 \times (\mathbf{V}_1 \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1))}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3}$$

Las cargas consideradas q_1 y q_2 son de igual valor y signo, con q_1 la carga ubicada en el origen, y $\mathbf{V_1}$ y $\mathbf{V_2}$ sus velocidades paralelas y de igual módulo, siendo además $\mathbf{r_2}$ y $\mathbf{r_1}$ sus vectores de posición.

Por lo tanto:

Ecuación 41

$$q_2 = q_1 = q$$

Ecuación 42

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_1 = ci\vec{\mathbf{w}}$$

Ecuación 43

$$(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = r\vec{\mathbf{i}}$$

Ecuación 44

$$|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3 = r^3$$

Reordenando y sustituyendo lo anterior en la Ecuación 40, nos queda:

Ecuación 45

$$\vec{\mathbf{F}} = \frac{\mu_o q^2}{4\pi r^3} \mathbf{V}_2 \times (\mathbf{V}_1 \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1))$$

Para calcular los dos productos vectoriales, aplicaremos el procedimiento previamente desarrollado.

Calculamos primero $\mathbf{V}_1 \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$, para ello observamos la Tabla 1 y sustituyendo en la misma las coordenadas de ambos ejes, obtenemos la Tabla 2:

Ecuación 46

$$\mathbf{V}_1 = (0,0,0,ci)$$

Ecuación 47

$$(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = (r,0,0,0)$$

Calculamos el producto:

Ecuación 48

$$\mathbf{V}_1 \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = (0,0,0,ci) \times (r,0,0,0)$$

Tabla 2

	i	**j**	**k**	**w**
$\mathbf{V}_1$	0	0	0	ci
$(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$	r	0	0	0
$\mathbf{V}_1 \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$	0	rci	0	0

Obtenemos así el primer producto vectorial buscado:

Ecuación 49

$$\mathbf{V}_1 \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = (0,rci,0,0)$$

Siendo por otro lado:

Ecuación 50

$$\mathbf{V}_2 = (0,0,0,ci)$$

Calculamos entonces el otro producto vectorial, utilizando la Tabla 3:

Ecuación 51

$$\mathbf{V}_2 \times \mathbf{V}_2 \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = (0,0,0,ci) \times (0,rci,0,0)$$

Tabla 3

	i	**j**	**k**	**w**
$\mathbf{V}_2$	0	0	0	ci
$\mathbf{V}_1 \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$	0	rci	0	0
$\mathbf{V}_2 \times \mathbf{V}_1 \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$	$-rc^2i^2$	0	0	0

El resultado es entonces:

Ecuación 52

$$\mathbf{V}_2 \times \mathbf{V}_2 \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = (0,0,0ci) \times (0,rci,0,0) = (-rc^2i^2,0,0,0) = rc^2\vec{\mathbf{i}}$$

Sustituyendo en la Ecuación 45 tenemos que:

Ecuación 53

$$\mathbf{F} = \frac{\mu_o q^2}{4\pi r^3} \mathbf{V}_2 \times (\mathbf{V}_1 \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)) = \frac{\mu_o q^2}{4\pi r^3} rc^2\vec{\mathbf{i}}$$

Finalmente simplificando obtenemos la Ecuación 54, que es la expresión conocida de la repulsión electrostática entre cargas iguales del mismo signo.

Obsérvese que en este caso la fuerza **F** es de repulsión, contrariamente al caso de la fuerza magnética entre las mismas cargas, si se desplazaran con velocidades iguales en la tercera dimensión.

Ecuación 54

$$\mathbf{F} = \frac{\mu_o q^2 c^2}{4\pi r^2}\vec{\mathbf{i}}$$

—°—

Referencias:

[1] Rodríguez Carassus, Alberto (2022) . Frente de Onda Hiperesférico, ResearchGate
[2] Rodríguez Carassus, Alberto (2022) . Frente de Onda Hiperesférico II, ResearchGate
[3] Einstein,A. (1922) El significado de la relatividad. Princeton University Press.
[4] Capra, Fritjof (1975) El Tao de la física. Editorial Sirio, S.A.
[5] Carroll,S. (2009) Desde la eternidad hasta hoy. Penguin Random House.
[6] Kaku, Michio (1984) Hiperespacio. Oxford University Press.
[7] Laszlo, Ervin (2007) El universo in-formado. Nowtilus S.L.
[8] Magueijo, João (2006) Más rápido que la velocidad de la luz. Perseus Publishing.
[9] Ouspensky, P.D (1920) Tertium Organum. Manas Press
[10] Penrose, Roger (2010) Ciclos del tiempo. Random House Mondadori, S.A.
[11] Penrose, Roger (2004) El camino a la realidad. Random House Mondadori, S.A.
[12] Prigogine, Ilya (1988) El nacimiento del tiempo. Edizioni Theoria s.r.l.
[13] Sazánov, A.A (2008) El universo tetradimensional de Minkowski. Editorial URSS.
[14] Wolf, F.A (2006) La mente en la materia. Moment Point Press.
[15] Yaglom, I.M. (2009) Números complejos y sus aplicaciones a la geometría. Ed. URSS.

FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO IV
Hiperespacio Complejo C^7

A. Rodríguez Carassus

Ingeniero Civil. Graduado de la Universidad de la República, Facultad de Ingeniería. Montevideo, Uruguay.
Av. Del Libertador 1881 Ap. 501 CP 11800. Montevideo, Uruguay.
E-mail : alrocar@adinet.com.uy

RESUMEN:

La teoría FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO, se expuso en tres entregas publicadas en ResearchGate:

-Enero de 2022: FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO.

-Noviembre de 2022: FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO II, "Consideraciones adicionales relativas a la masa".

-Septiembre de 2024: FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO III, "Producto vectorial en el Hiperespacio".

En las mismas se desarrolla la idea de reinterpretar nuestro universo tridimensional, como un frente de onda hiperesférico, que se expande a la velocidad de la luz, en una cuarta dimensión lineal.

En dichos trabajos se consideró un espacio de cuatro dimensiones, tres reales y una imaginaria, que constituyen el marco contingente de nuestra realidad física, de acuerdo a dicha teoría.

Ésta representación manifiesta limitaciones matemáticas en lo atinente al cálculo de productos vectoriales y otros aspectos, como el cálculo del módulo de vectores con coordenadas complejas bajo ciertas condiciones. Las mismas se abordaron en estos trabajos de manera conceptual y heurística.

En el presente ensayo se propone reinsertar el modelo cuatridimensional propuesto, tres ejes reales y uno imaginario, con las mismas propiedades y características descritas, en un espacio vectorial contingente complejo de siete dimensiones: el Hiperespacio Complejo C^7.

Las características del mismo han sido ampliamente estudiadas y descritas en el ámbito del Álgebra Lineal especializada en los Espacios Vectoriales Complejos n-dimensionales.

Entendemos que el presente trabajo reafirma la validez conceptual expuesta en los tres primeros trabajos, en tanto que los enmarca en una realidad matemática formal.

24 de Agosto 2025

1. Introducción:

En la exposición publicada en septiembre de 2024: FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO III, se desarrolló un procedimiento matemáticamente operativo, aunque no formalmente riguroso, basado en el propuesto en el ensayo original, para calcular los productos vectoriales expuestos en el tercer argumento del primer ensayo.

El mismo era necesario para efectivizar los cálculos de la hipótesis propuesta, que identifica las fuerzas electrostáticas entre dos cargas en reposo relativo en la tercera dimensión, con las fuerzas de origen magnético generadas por su desplazamiento a la velocidad de la luz en la cuarta dimensión.

Por otra parte, acorde a la Teoría de Álgebras Normadas y los sistemas alternativos como los Octoniones, el producto vectorial bilineal y antisimétrico, con propiedades similares al de R^3, es decir que produce un vector ortogonal a los dos vectores de entrada, solo existe con resultados no triviales en dimensiones reales 3 y 7, o sea R^3 y R^7.

Los trabajos publicados por John C. Baez [21] [22], Conway y Smith [23], Tevian Dray and Corinne A. Manogue [24] y otros, muestran que es posible extender el producto vectorial de dos vectores, a un espacio vectorial complejo de siete dimensiones, denominado C^7, siendo números complejos los escalares que constituyen las coordenadas de los vectores respecto al mismo.

Dado que buscamos un espacio vectorial capaz de representar tres ejes reales y uno imaginario, y que necesitamos tener definido formalmente el producto vectorial de dos vectores pertenecientes al mismo, resulta que la única opción que nos queda capaz de satisfacer nuestro requerimientos es el Hiperespacio Complejo C^7.

2. Hiperespacio Complejo C^7 :

Por tratarse C^7 de un espacio vectorial sobre los números complejos, tiene dimensión 7, cerrado bajo suma de vectores y multiplicación por un escalar en C.

Como espacio vectorial sobre los números reales, cada componente compleja equivale a dos reales, por lo tanto es isomorfo a R^{14}.

Una base canónica está dada por:

Ecuación 1

$$\mathbf{e}_1 = (1,0,0,0,0,0,0), \mathbf{e}_2 = (0,1,0,0,0,0,0), \ldots \mathbf{e}_7 = (0,0,0,0,0,0,1)$$

Cualquier vector se puede expresar como una combinación lineal de esa base, con coeficientes complejos.

Por lo tanto un vector $\mathbf{u}$ en C^7 queda expresado en forma general:

Ecuación 2

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7) = u_1\mathbf{e}_1 + u_2\mathbf{e}_2 + u_3\mathbf{e}_3 + u_4\mathbf{e}_4 + u_5\mathbf{e}_5 + u_6\mathbf{e}_6 + u_7\mathbf{e}_7$$

Donde las coordenadas $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7$ son números complejos.

El producto interno (producto interno hermítico, "producto escalar"), de dos vectores $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ pertenecientes a C^7, que indicamos como $\mathbf{u} \bullet \mathbf{v}$ se define:

Ecuación 3

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7) = u_1\mathbf{e}_1 + u_2\mathbf{e}_2 + u_3\mathbf{e}_3 + u_4\mathbf{e}_4 + u_5\mathbf{e}_5 + u_6\mathbf{e}_6 + u_7\mathbf{e}_7$$

Ecuación 4

$$\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7) = v_1\mathbf{e}_1 + v_2\mathbf{e}_2 + v_3\mathbf{e}_3 + v_4\mathbf{e}_4 + v_5\mathbf{e}_5 + v_6\mathbf{e}_6 + v_7\mathbf{e}_7$$

Ecuación 5

$$\mathbf{u} \bullet \mathbf{v} = \sum_{k=1}^{7} \overline{u}_k v_k,$$

Donde $\overline{u}_k$ es el número complejo conjugado de u_k

Por lo tanto el módulo de un vector $\mathbf{u}$ es:

Ecuación 6

$$\left\|\mathbf{u}\right\| = \sqrt{\overline{\mathbf{u}} \bullet \mathbf{u}}$$

El papel desempeñado en los trabajos anteriores por la base $\mathbf{i}\ \mathbf{j}\ \mathbf{k}\ \mathbf{w}$, donde $\mathbf{i}\ \mathbf{j}\ \mathbf{k}$ representa la terna en R^3 y el versor $\mathbf{w}$ corresponde al eje imaginario perpendicular a la misma, y en consecuencia perteneciente a la cuarta dimensión, respecto al cual se expande la tercera dimensión a la velocidad de la luz, queda expresado ahora:

Ecuación 7

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{i}$$

Ecuación 8

$$\mathbf{e}_2 = \mathbf{j}$$

Ecuación 9

$$\mathbf{e}_3 = \mathbf{k}$$

Ecuación 10

$$\mathbf{e}_4 = \mathbf{w}$$

3. Producto Vectorial en C^7:

La tabla de multiplicación expuesta por los autores citados previamente, que deriva de las tablas de multiplicación de octoniones, es la siguiente:

×	$\mathbf{e_1}$	$\mathbf{e_2}$	$\mathbf{e_3}$	$\mathbf{e_4}$	$\mathbf{e_5}$	$\mathbf{e_6}$	$\mathbf{e_7}$
$\mathbf{e_1}$	0	e_3	$-e_2$	e_5	$-e_4$	e_7	$-e_6$
$\mathbf{e_2}$	$-e_3$	0	e_1	e_6	e_7	$-e_4$	$-e_5$
$\mathbf{e_3}$	e_2	$-e_1$	0	e_7	$-e_6$	e_5	$-e_4$
$\mathbf{e_4}$	$-e_5$	$-e_6$	$-e_7$	0	e_1	e_2	e_3
$\mathbf{e_5}$	e_4	$-e_7$	e_6	$-e_1$	0	$-e_3$	e_2
$\mathbf{e_6}$	$-e_7$	e_4	$-e_5$	$-e_2$	e_3	0	e_1
$\mathbf{e_7}$	e_6	e_5	e_4	$-e_3$	$-e_2$	$-e_1$	0

Tabla 1

4. Cálculo del Producto Vectorial del tercer argumento en C^7:

Por lo expuesto en la Introducción, nos proponemos calcular la expresión:

Ecuación 11

$$\mathbf{V}_2 \times (\mathbf{V}_1 \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1))$$

La misma contiene dos productos vectoriales que calcularemos en el marco del Hiperespacio C^7, donde los vectores involucrados quedan expresados como:

Ecuación 12

$$\mathbf{V}_1 = (0,0,0,ci,0,0,0) = ci\mathbf{e}_4$$

Ecuación 13

$$(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = (r,0,0,0,0,0,0) = r\mathbf{e}_1$$

Aplicando la Tabla 1 tenemos que:

Ecuación 14

$$\mathbf{V}_1 \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = (0,0,0,ci,0,0,0) \times (r,0,0,0,0,0,0) = ci\mathbf{e}_4 \times r\mathbf{e}_1 = -rci\mathbf{e}_5$$

Obtenemos así el primer producto vectorial buscado:

Ecuación 15

$$\mathbf{V}_1 \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = -rci\mathbf{e}_5$$

Siendo por otro lado:

Ecuación 16

$$\mathbf{V}_2 = (0,0,0,ci,0,0,0) = ci\mathbf{e}_4$$

Calculamos entonces el otro producto vectorial, utilizando nuevamente la Tabla 1:

Ecuación 17

$$\mathbf{V}_2 \times (\mathbf{V}_1 \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)) = (0,0,0,ci,0,0,0) \times (0,0,0,0,-rci,0,0) = ci\mathbf{e}_4 \times -rci\mathbf{e}_5 = -rc^2 i^2 \mathbf{e}_1$$

Recordando que $i = \sqrt{-1}$, el resultado es finalmente el esperado, coincidente con el expresado en el ensayo FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO III:

Ecuación 18

$$\mathbf{V}_2 \times (\mathbf{V}_1 \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)) = rc^2 \mathbf{e}_1$$

5. Masa Relativista en C^7 :

5.1 Introducción.

Como se indicó previamente en el ensayo "**FRENTE DE ONDA HIPERESFÉRICO II Consideraciones adicionales relativas a la masa"**, se calcularon las expresiones de los vectores cantidad de movimiento de una misma partícula P de masa ***m*** respecto a dos sistemas de coordenadas S y S_o, siendo este último el sistema propio de la misma, tal como se indica en la Figura 1.

La cantidad de movimiento según S se denominó **M**, en tanto que, la cantidad de movimiento según S_o se denominó $\mathbf{M_o}$.

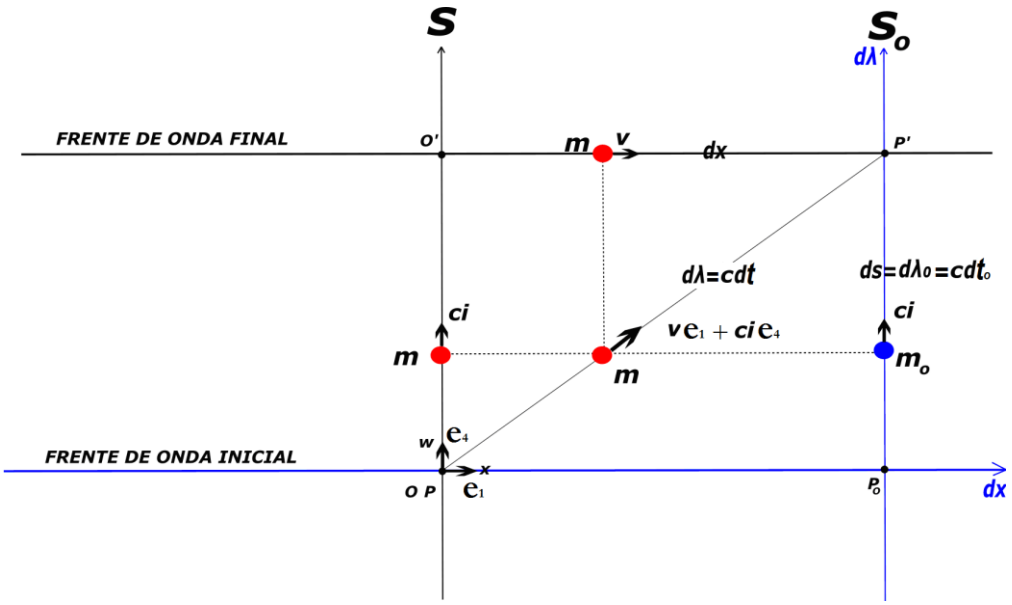

Figura 1

Expresando dichas cantidades de movimiento en C^7, tenemos que:

Ecuación 19

$$M = (mv,0,0,mci,0,0,0) = mv\mathbf{e}_1 + mci\mathbf{e}_4$$

Ecuación 20

$$M_o = (0,0,0,m_o ci,0,0,0) = m_o ci\mathbf{e}_4$$

Donde $i = \sqrt{-1}$ es la unidad imaginaria y c la velocidad de la luz.

Se planteó en dicho trabajo la igualdad de los módulos de **M** y $\mathbf{M_o}$ para lo cual se sugirió una forma particular de calcularlos, que demostraremos coincide con la expuesta a continuación.

5.2 Definición de Seudorma de un vector en C^7.

Como vimos en la Ecuación 6 el módulo de un vector en C^7se define como $\|\mathbf{u}\| = \sqrt{\mathbf{u} \bullet \mathbf{u}}$, por lo dicho, no vamos a utilizarlo para calcular los módulos de **M** y $\mathbf{M}_o$.

Utilizaremos la seudonorma con signo que se emplea en física relativista, que es una forma cuadrática hermítica indefinida utilizada por la métrica de Minkowski, de signatura (+,+,+,-), y en este caso la extendemos por analogía a C^7.

Dado un vector $\mathbf{u}$ perteneciente a C^7:

Ecuación 21

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7) = u_1\mathbf{e}_1 + u_2\mathbf{e}_2 + u_3\mathbf{e}_3 + u_4\mathbf{e}_4 + u_5\mathbf{e}_5 + u_6\mathbf{e}_6 + u_7\mathbf{e}_7$$

La seudonorma del mismo así definida es:

Ecuación 22

$$\|\mathbf{u}\|^2_{seudonorma} = |u_1|^2 + |u_2|^2 + |u_3|^2 - |u_4|^2 - |u_5|^2 - |u_6|^2 - |u_7|^2$$

Donde siendo por definición de módulo de un número complejo:

Ecuación 23

$$|u_k| = \sqrt{\overline{u_k} u_k}$$

Y los vectores:

Ecuación 24

$$M = (mv, 0, 0, mci, 0, 0, 0) = mv\mathbf{e}_1 + mci\mathbf{e}_4$$

Ecuación 25

$$M_o = (0, 0, 0, m_o ci, 0, 0, 0) = m_o ci\mathbf{e}_4$$

Las seudonormas respectivas son:

Ecuación 26

$$\|M\|^2_{seudonorma} = (mv)^2 - (mc)^2$$

Ecuación 27

$$\|M_o\|^2_{seudonorma} = -(m_o c)^2$$

5.3 Expresión final de la Masa.

Por la igualdad por hipótesis de ambos módulos:

Ecuación 28

$$\|M\|^2_{seudonorma} = \|M_o\|^2_{seudonorma}$$

Igualamos ambas expresiones y desarrollamos:

Ecuación 29

$$m^2v^2 - m^2c^2 = -m_o{}^2c^2$$

Ecuación 30

$$m^2(v^2 - c^2) = -m_o{}^2c^2$$

Ecuación 31

$$m^2(c^2 - v^2) = m_o{}^2c^2$$

Ecuación 32

$$m^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = m_o{}^2$$

Ecuación 33

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Que es la relación de dependencia de la masa con la velocidad establecida por la Relatividad Especial, deducida desde otra perspectiva.

—°—

Referencias:

[1] Rodríguez Carassus, Alberto (2022). Frente de Onda Hiperesférico. ResearchGate.
[2] Rodríguez Carassus, Alberto (2022). Frente de Onda Hiperesférico II. ResearchGate.
[3] Rodríguez Carassus, Alberto (2024). Frente de Onda Hiperesférico III. ResearchGate.
[4] Einstein,A. (1922) El significado de la relatividad. Princeton University Press.
[5] Capra, Fritjof (1975) El Tao de la física. Editorial Sirio S.A.
[6] Carroll,S. (2009) Desde la eternidad hasta hoy. Penguin Random House.
[7] Kaku, Michio (1984) Hiperespacio. Oxford University Press.
[8] Laszlo, Ervin (2007) El universo in-formado. Nowtilus S.L.
[9] Magueijo, João (2006) Más rápido que la velocidad de la luz. Perseus Publishing.
[10] Ouspensky, P.D (1920) Tertium Organum. Manas Press.
[11] Penrose, Roger (2010) Ciclos del tiempo. Random House Mondadori S.A.
[12] Penrose, Roger (2004) El camino a la realidad. Random House Mondadori S.A.
[13] Prigogine, Ilya (1988) El nacimiento del tiempo. Edizioni Theoria s.r.l.
[14] Sazánov, A.A (2008) El universo tetradimensional de Minkowski. Editorial URSS.
[15] Wolf, F.A (2006) La mente en la materia. Moment Point Press.
[16] Yaglom, I.M. (2009) Números complejos y sus aplicaciones a la geometría. Ed. URSS.
[17] Kreyszig, Edwin (1978) Introductory Functional Analysis with Applications. John Wiley & Sons.
[18] Axler, Sheldon (2024) Linear Algebra Done Right. Springer.
[19] Smith, Richard A. (2011) Introduction to Vector Spaces, Vector algebras, and Vector Geometries. arXiv:1110.3350 v1.
[20] McLoughlin, Peter F. (2013) When does a Cross Product on R^n exist? arXiv:1212.3515 v7.
[21] Baez, John C. (2001) The Octonions. University of California. Riverside CA 92521.
[22] Baez, John C. (2001) The Octonions. BULLETIN OF THE AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY Volume 39. Number 2.
[23] Conway, John H. and Smith, Derek A. (2003) On Quaternions and Octonions. A K Peters, Ltd.
[24] Dray, Tevian and Manogue, Corinne A. (2015) The Geometry of the Octonions. World Scientific.
[25] Springer, Tonny A. and Veldkamp, Ferdinand D. (2000) Octonions, Jordan Algebras and Exceptional Groups. Springer.
[26] Frankel, Theodore (2012) The Geometry of Physics (Third Edition). Cambridge University Press.